北京交通大学

硕士学位论文

复杂系统的分形、混沌及其若干应用

姓名：于建玲

申请学位级别：硕士

专业：应用数学

指导教师：商朋见

20061201

中文摘要

摘要：多重分形是非线性科学研究中十分活跃的一个新分支，现在已被广泛应用于各个学科领域，本文主要利用多重分形的有关方法来研究金融时间序列. 首先用多种方法（幂谱、统计矩、多重分形谱等）对香港恒生指数收盘价序列进行了多重分形分析，得出收益率序列具有较弱得多重分形性质. 在此基础上，根据配分函数拟合直线斜率的大小和多重分形谱的宽度对收益率序列进行分类，通过配分函数类，我们能够识别哪一部分短时数据具有分形 (或多重分形) 性质；通过对多重分形谱进行分类，能够知道这一短时数据的复杂程度. 然后，用多重分形消除趋势涨落分析方法，来研究美国股票市场上的沃尔玛股票日收盘价指数 (WMT) 的多重分形类型，首次在实例中给出确定两种类型多重分形的方法. 这些结论对于用多重分形模型做金融时间序列的短时预测具有一定的指导意义. 最后在分形理论的基础上，结合相空间重构的知识对短时交通流时间序列进行混沌预测，取得了较为满意的效果.

关键词：多重分形；时间序列；股票市场；消除趋势分析；相空间重构

分类号：O29

ABSTRACT

ABSTRACT: Multifractality is a new branch of nonlinear science and has been used in the other fields of science more and more widely. In this paper, we study the behavior of the financial time series with the help of multifractal tools. we first dealt with time series of the daily Hang Seng index (HSI) in Hang Kong stock market, and several techniques such as partition function, generalized dimension function and multifractal spectrum are employed in studying the stock market to display the degree of multifractality in the time series. We then study the classification of HSI data with the help of partition function and multifractal spectrum. From the classes of partition function, we can recognize which short period data is multifractal or monofractal, and from the classes of multifractal spectrum, we can know the degree of complex in the short periods data. Then The time series of daily closing prices of Wal-Mart (WMT) at theAmerican Stock Exchange is analyzed by Multifractal Detrended Fluctuation Analysis(MF-DFA). We distinguish multifractality due to long-range correlations from multifractality due to a broad probability density function in the stock market for the first time. At last, according to the phase space reconstruction technology based on the fractal theory, the chaos prediction of short-term traffic flow time series are studied. Case study using real data proves the validity of the method.

KEYWORDS: Multifractal; Time series; Stock market; DFA; Phase space reconstruction

CLASSNO: O29

致谢

经过许多的酸甜苦辣和磨练，终于完成了硕士学位论文．在本文即将结束之际，谨向所有关心和帮助我的老师和同学致以深深的谢意!

首先非常感谢导师商朋见教授，本论文的各项工作都是在商老师的悉心指导和亲切关怀下顺利完成的．两年多来，无论是在基础课学习过程中，还是在论文的选题、研究以及成文的过程中，商老师自始至终都给了我大量的支持和帮助．商老师以渊博宽广的知识系统、严谨务实的治学态度和把握科学前沿的敏锐洞察力使我受益匪浅；他谦虚正直、平易近人的长者风范和对学生无微不至的关怀是给我的另一笔人生财富，在此特向商老师表示深深的敬意和感激．

感谢关心我们成长的学校、学院领导，感谢给我以传道授业解惑和在生活学习上支持帮助我的所有老师们．

感谢同门的师兄师姐师弟师妹们，共同的学习、探讨与合作使我收获多多．感谢所有一路走来、互相勉励的同学和朋友，感谢他们在学习和生活中给予我的关心和帮助．

对父母及家人的感激是无法用语言表达的，他们对我的无私支持和鼓励是我前进的最大源泉和动力．

最后，诚谢各位专家和学者在百忙中审阅我的论文，诚恳接受您的宝贵意见和建议，并期待您的批评和指导．

1 引言

1.1 研究背景及意义

资本市场是人类的创造物，但是人类还不知道它是如何运行的，是有序的还是混乱的？是线性的还是非线性的？是可预测的还是不可预测的？自古至今，人们一直在为寻找对资本市场行为做出解释的理论和模型进行着艰苦的探索．最早对资本市场价格行为的研究，可追溯到 Louis Bachelier (1900)，他率先将随机游走的理论与方法应用到商品价格行为的研究．随机游走理论 (Random Walk Theory, 简记为 RWT) 认为，资产价格的变动是独立、随机、不可预测的．然而，越来越多的迹象表明，资本市场行为并不符合随机游走理论．20 世纪 90 年代，Edgar E Peters 提出分形市场理论 (Fractal Market Theory, 简记为 FMT)，该理论认为，资本市场是由大量的具有不同投资期限的投资者组成，信息对各种不同投资者的交易时间有着不同的影响．资产价格的变动不是随机游动，而是具有增强趋势的持久性．分形市场理论的提出尽管使得理解市场和经济的问题变得复杂得多，但是也现实得多，更加符合金融市场的实际特征．

近年来，非线性动力学、混沌理论、分形理论等非线性理论和方法广泛应用于金融市场问题的研究．金融市场本质上是一个非线性的动力系统，大多是以非线性方式对外界作用起反应的，在现实经济系统中，非线性是很普遍的．金融市场价格的波动，可以根据 Mandelbrot 在分形几何中的研究中推导出的模型加以解释，分形经过进一步的发展，出现多重分形，其目的并不是要确切地预测未来，而是对市场的风险作出更切合实际的描述．

长期以来，由于受欧几里德几何学及纯粹数学方法的影响，对复杂的研究对象习惯于进行简单化和抽象，建立起各种理想模型 (绝大数是线性的)，把问题纳入可以解决的范畴．当然用线性近似处理的方法有时也是很有效的，解决了许多理论问题与实际问题，推动了自然科学的发展．但是在复杂的动力系统中，简单的线性近似方法不可能认识与非线性有关的特性，如湍流、对流等．从数学上看，虽然利用线性近似可以对一些非线性系统列出微分方程 (组) 来加以描述，但是除了少数的例子可以在一定的条件下求出其特解外，大多数方程至今仍解不出来．对复杂一些的非线性复杂系统与方程，则连微分方程 (组) 也难列出来．而分形则是直接从非线性复杂系统的本身入手，去认识其内在的规律性，从未经过简化和抽象处理．这一点是分形理论研究与非线性近似处理方法本质上的区别．

在金融市场，线性模型技术常常由于分解理论的推动而采用，此理论认为一个随机过程可以分解成自回归过程和噪音过程．金融市场中的标度不变性是市场中的一个重要特征，而这种特征在传统的金融学理论中没有得到应有的重视，标度行为反映了市场价格中变化的相似性和相关性，这种相似性和相关性体现在不同的时间标度上．标度不变性改变了金融理论的传统研究方法，要求人们在不同

的时间标度上考虑整个金融市场的行为. 金融市场的多重或多标度分形理论, 是一个具有更大理论和实际意义的研究领域, 它要求对金融市场的波动进行更细致的分解, 分析不同波动规模 (风险) 的不同标度关系, 这种标度关系的不同说明了不同波动程度的相关性不一样, 对不同的风险, 要求采取不同的风险管理措施.

多重分形目前在非线性物理、地球物理及经济物理等方面得到了广泛的应用, 它们被用来解释已记录数据的标度不变性. 现实的金融市场, 既不象传统理论所描述的那样大幅波动的概率几乎为零, 也不象单标度行为所描述的那样大幅波动与小幅波动完全相似, 而是采用多标度关系对其进行描述. 多重分形不但能复现证券理论描述的稳定市场所特有的模式, 而且能复现最近几个月中剧烈震荡的金融交易状况, 可显示市场活动是如何加速度及放慢的, 即显示市场易变性的实质. 易变性远非是一种可以忽略不顾或轻易补偿的静态实体, 而是金融市场所发生的过程核心. 通过利用多重分形分析股价行为特征, 把握其变化规律, 提供关于市场动向的概率的估计值, 以便人们对可能发生的重大变化给予高度重视. 同时能为今后的经济和金融政策的制定、衍生工具的定价、资金正常而高效的运作、规避国际资本的干预和冲击带来的风险等方面提供理论依据及切实可行的解决方案.

1.2 论文体系框架和主要内容

本文共分五章:

第一章, 绪论部分, 简要介绍了多重分形在金融时间序列研究中的背景及意义, 列出了论文的大致体系框架和主要内容.

第二章, 回顾分形理论的创立、发展、意义及分形的性质, 并介绍多重分形的一般理论及性质.

第三章, 首先对香港恒生指数的日收盘价序列进行多重分形分析; 然后利用多重分形谱和配分函数, 把香港恒生指数的日收盘价序列分别按多重分形谱的宽度和配分函数拟合直线斜率的大小进行分类, 更进一步的研究其内部的复杂结构.

第四章, 用多重分形消除趋势分析方法分析沃尔玛股票指数日收盘价序列, 得出其具有较强的多重分形性质; 然后分析沃尔玛股票指数日收盘价序列的多重分形性质主要是由哪一种类型的多重分形决定的.

第五章, 利用相空间重构技术, 在前人研究基础上, 改进混沌预测模型, 对短时交通流时间序列进行预测, 取得了较为满意的效果.

2 多重分形理论

自 19 世纪股票市场建立以来，众多国内外学者对股票价格的波动规律及其预测进行了研究. 早期研究认为对数价格是一布朗运动，收益是正态的独立同分布随机变量. 然而对众多股票市场的研究发现，股票价格的波动中存在着与这一理论不符合的特征，如收益分布的胖尾和波幅的长相关性. 在 1999 年，Mandelbrot 指出，单分形过程只能抓住价格波动的某一特征，如 L- 稳定过程 (L-Stable Process) 虽然可以描述价格的涨跌特征，但却无法描述波幅的长相关性，分数布朗运动 (Fractal Brownian Motion) 情况恰好相反. 进一步，Mandelbrot 认为，多重分形范畴的多重分形过程可以更加全面地描述价格波动的特征.

2.1 分形理论

2.1.1 分形理论创立、发展及意义

1973 年，美籍法国数学家曼德勃罗特 (B.B.Mandelbrot) 在法兰西学院讲课时，首次提出了分形几何的概念. 1977 年，曼德勃罗特出版第一本著作《Fractal: Form, Chance and Dimension》，标志着分形理论的正式诞生. 1982 年，《The Fractal Geometry of Nature》出版，标志着分形论的初步形成.

自诞生之后，分形理论得到迅速的发展和广泛的应用，已涉及自然科学、社会科学、经济科学、思维科学等各种领域. 如今，分形和分维的概念早已从最初的形态上具有自相似性的几何对象这种狭义分形，扩展到了结构、功能、信息、时间等具有自相似性的广义分形. 在此基础上进一步提出了分形方法论，其内容主要包括如下两点：第一，以分形客体的部分和整体之间的自相似性为锐利的武器，通过认识部分来映象 (即反映和认识) 整体，以及通过认识整体来把握和深化对部分的认识；第二，运用分形理论的思想和方法，从无序中发现有序，揭示复杂、破碎、混沌等极不规则的复杂现象内部所蕴含的规律.

分形理论及分形方法论的提出有着极其重要的科学方法论意义，它导致了科学思想、科学思维方式和科学方法论的深刻变革，为人们认识世界提供了新的视角和新的思路. 它打破了整体与部分、混乱与规则、有序与无序、简单与复杂、有限与无限、连续与间断的隔膜，找到了它们之间相互过渡的媒介和桥梁 (即整体与部分之间的相似性)，为人们从混沌与无序中认识规律和有序、从部分中认识整体和从整体中认识部分、从有限中认识无限和通过无限深化和认识有限等提供了可能和根据；它同系统理论、自组织理论、混沌理论等研究复杂性的科学理论一起，共同揭示了整体与部分、混乱与规则、有序与无序、简单与复杂、有限与无限、连续与间断之间多层面、多视角、多维度的联系方式，使人们对它们之间关系认识的思维方式由线性发展到了非线性阶段.

现在，分形理论及其方法作为一个有力的工具正在被人们用于各个领域的研究．近 10 多年来，分形应用到对金融市场的研究，已得到极其迅速的发展和肯定．

2.1.2　什么是分形

什么是分形？到目前为止我们还无法给出一个确切的定义．分形是一种粗糙的或破碎的几何图形，它的组成部分可以被无限细分，而且它的局部的形状一般与整体相似．分形一般是自相似的和标度不变的．曼德勃罗在解释"分形"一词时说："我由拉丁语形容词 fractus 创造了词"分形"（fractal）．相应的拉丁语动词 fragere 意味着'打破'和产生不规则的碎块．从而可见（对我们的需要是何等地合适!），除了'破碎的'（如像碎片或曲折），fractus 也应当具'不规则'的含义，这两个含义都被保存在碎片（fragment）中"．许多数学结构是分形，例如：谢尔宾斯基三角形、科切雪花、皮亚诺曲线、曼德勃罗集、洛仑兹吸引子等．分形同样可以描述许多真实世界的对象，如云彩、山脉、湍流和海岸线等，当然它们不是单纯的分形形状．曼德勃罗曾给出了一个分形的数学定义：一个几何对象，它的豪斯道夫维数严格大于其拓扑维数．这不仅有些抽象，而且也不是一个令人满意的定义，因为还有好多分形，没有被该定义涵盖．后来曼德勃罗又给出了一个比较通俗的定义：部分与整体以某种形式相似的形．该定义仍然不能表达分形的全部意思，但会使很多初学者开始理解分形了，虽然还不能全部理解．那么究竟什么是分形呢？应该说，到目前还没有严格的定义．现在一般用法尔科内 [1] 对分形集合 F 的描述来判某一对象是否是分形：

(1) F 具有精细的结构．即是说在任意小的尺度之下，它总有复杂的细节；

(2) F 是如此的不规则，以至它的整体和局部都不能用传统的几何语言来描述；

(3) F 通常具有某种自相似性，这种自相似性可以是近似的，也可能是统计意义上的；

(4) F 在某种意义下的分形维数通常都大于它的拓扑维数；

(5) 在多数令人感兴趣的情形下，F 以非常简单的方法定义，或许以递归过程产生．

由于难以直接对分形进行精确的定义，因此，往往从分形所具有的主要特征对其做深入的刻画．分形具有如下性质 [2]：

(1) 自相似性质

(2) 标度不变性

(3) 分形维

(4) 局部随机性和整体确定性共存

2.2 多重分形的一般理论

多重分形也称为分形测度. 它是研究一种物理量在一个支撑 (support) 集合上的分布状况, 换句话说, 是定义在分形上的多个标度指数的奇异测度所组成的集合, 它定量刻画了分形测度在支撑集上的分布, 然后用广义分形维数或多重分形谱进行描述, 得到的结果包含了许多被单分形忽略的信息 [1-4].

2.2.1 多重分形的有关定义

设 R^d 是 d 维欧式空间或度量空间, F 是 R^d 的一个 d 维子集, 它是测度 μ 的支集. 若在某种划分下, (F,μ) 产生的分形集可以表成若干分形子集的并, 且每一分形子集有不同的分形维数, 则 (F,μ) 称为多重分形.

把研究对象 (F,μ) 划分为 N 个尺度最大为 ϵ 的单元 $S_i(i=1,2,\cdots,N)$, 设 r_i 是 S_i 的线度大小, P_i 为 S_i 的测度 (例如概率或质量), 且 $\sum_{i=1}^{N} P_i = 1$. 对不同的单元 P_i 可能也不同, 可用不同的标度指数 α_i 来表征, 即

$$P_i \propto r_i^{\alpha_i}, \quad i=1,2,\cdots,N,$$

这里称 α_i 为 **Lipschitz-Hölder 指数** (简称 Hölder 指数), 由于它控制着概率密度的奇异性, 故也称奇异性指数. 若线度大小趋于零, 则上式化为:

$$\alpha_i = \lim_{r_i\to 0}\frac{\ln P_i}{\ln r_i},$$

α_i 与所在的区域有关, 它反映了该区域概率的大小. 若在研究对象上的测度是均匀的, 则 Hölder 指数只有一个值, 例如三分 Cantor 集上的质量, 若 $P=0.5$, 则 $r_i=\epsilon=(\frac{1}{3})^n$ 时, $P_i(\epsilon)=(\frac{1}{2})^n$, 可得 $\alpha_i=\ln 2/\ln 3$. 若不均匀, 得到的 Hölder 指数不同, 例如图 1.1 中 $P=0.4$, 最小概率子集为 $(0.4^0,0.4^1,0.4^2,0.4^3,\cdots)$, 对应的 Hölder 指数为 $\ln\frac{2}{5}/\ln\frac{1}{3}$, 这是 Hölder 指数的最大值, 即最大 Hölder 指数对应最小概率子集; 最大概率子集为 $(0.6^0,0.6^1,0.6^2,0.6^3,\cdots)$, 对应的 Hölder 指数为 $\ln\frac{3}{5}/\ln\frac{1}{3}$, 这是 Hölder 指数的最小值, 即最小 Hölder 指数对应最大概率子集.

得到 Hölder 指数 α 后, 我们可以把研究对象划分为一系列子集, 使得每一个子集中的小单元都具有相同的 α 值, 然后计算这个子集内的线段数或单元数 $N_\alpha(\epsilon)$, 定义 $N_\alpha(\epsilon)$ 和 ϵ 的关系式为:

$$N_\alpha(\epsilon) \propto \epsilon^{-f(\alpha)}, \quad \epsilon\to 0,$$

由此可得,

$$f(\alpha) = -\lim_{\epsilon\to 0}\frac{\ln N_\alpha(\epsilon)}{\ln \epsilon},$$

与分形维数的定义相比可看出，$f(\alpha)$ 的物理意义是表示具有相同 α 值的子集的分形维数，一般称为**多重分形谱**. 一个复杂的分形体，它的内部可以分为一系列不同 α 值所表示的子集，$f(\alpha)$ 就给出了这一系列子集的分形特征.

$f(\alpha)$ 是描述多重分形子集维数的连续谱，如果研究对象是单分形的，则 $f(\alpha)$ 为一定值；如果研究对象是多重分形的，则 $f(\alpha)$ 一般为单峰图像.

$\alpha \sim f(\alpha)$ 是描述多重分形局部特征的一套基本语言. 另一套 $q \sim D(q)$ 语言是从信息论角度引入的. 我们定义**统计矩函数**

$$M(\epsilon, q) = \sum_{i=1}^{N} P_i^q(\epsilon), \tag{2.2.1}$$

其中 $q \in (-\infty, \infty)$ 叫统计矩的阶（order），是表征多重分形不均匀程度的量. 这里规定 $0^0 = 0$. 需要指出的是，定义 $M(\epsilon, q)$ 的目的是显示函数 $P_i(\epsilon)$ 值的大小. 从上式可以看出，假设 $P_m(\epsilon) \gg P_j(\epsilon)$. 当 $q \gg 1$ 时，在 $\sum_{i=1}^{N} P_i^q(\epsilon)$ 求和中，显然是 $P_m^q(\epsilon)$ 起主要作用，这时 $M(\epsilon, q)$ 反映的是概率高（或稠密）区域的性质. 所以在 $q \to \infty$ 的情况下，可只考虑 $P_i(\epsilon)$ 的最大值而忽略其它小概率值，这就简化了 $M(\epsilon, q)$ 的计算. 反之，当 $q \ll -1$ 时，$M(\epsilon, q)$ 反映的是分布中概率较小（或稀疏）区域的性质. 这样，通过加权处理，就把一个复杂的过程划分为具有不同奇异程度的区域来研究.

对于一给定的阶 q，称满足 $M(\epsilon, q) \propto \epsilon^{\tau(q)}$ 的函数 $\tau(q)$ 为**配分函数**(Partition Function)，它是分形行为的特征函数. 若 $\tau(q)$ 关于 q 是一条直线，则研究对象是单分形的；若 $\tau(q)$ 关于 q 是凸函数，则研究对象有多重分形特征.

广义分形维数由 Grassberger，Hentschel 和 Procaccia 引入，定义如下：

$$D(q) = \begin{cases} \frac{\tau(q)}{q-1} & q \neq 1, \\ \lim_{\lambda \to 0} \frac{\sum_i \epsilon(\lambda, i) \cdot \log \epsilon(\lambda, i)}{\log \lambda} & q = 1 \end{cases} \tag{2.2.2}$$

广义分形维数 $D(q)$ 随不同的 q 值而有不同意义的分形维数.

多重分形是一个由有限几种或大量具有不同分形行为的子集合叠加而组成的非均匀分维分布的奇异集合，因此它是原始分形概念对于非均匀分形的自然推广. 利用这个概念，我们能分层次地了解分形内部的精细结构.

2.2.2 多重分形参量的基本性质

广义分形维数与多重分形谱之间满足勒让德 (Legendre) 变换：

$$\begin{cases} \alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq}, \\ f(\alpha) = q \cdot \alpha(q) - \tau(q) \end{cases} \tag{2.2.3}$$

上式构成了多重分形的理论核心，建立了独立变量 q 、τ 及独立变量 α 、f 之间的联系，不论是哪两个作为独立参数都可以描述多重分形内部结构.

性质 1. 取值范围：

(1) $D(q) \geq 0(\forall q \in R)$；

(2) $f(\alpha) \geq 0$，在 $\alpha = \alpha_0$ 处取最大值，即它的最大值 $f_{max} = f(\alpha_0)$；

(3) 使 $f(\alpha) \geq 0$ 的 Hölder 指数 α 的取值区间记为 $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$，其中 $\alpha_{min} = \frac{d\tau(q)}{dq}|_{q\to+\infty}$，$\alpha_{max} = \frac{d\tau(q)}{dq}|_{q\to-\infty}$。

性质 2. 单调性和凸性：

(1) 广义分形维数 $D(q)$ 和奇异性指数 $\alpha(q)$ 关于 q 严格单调递减；

(2) 配分函数 $\tau(q)$ 是关于 q 的严格递增的凸函数；

(3) 多重分形谱函数 $f(\alpha)$ 是关于 α 的凸函数.

性质 3. 特殊点的值：

(1) $D(0)$ 是容量维数，$D(1)$ 是信息维数，$D(2)$ 是关联维数；

(2) $q = 0$ 时，$f(\alpha)$ 取最大值且 $f_{max} = D(0)$，是容量维数；$q = 1$ 时，$f(\alpha(1)) = \alpha(1)$ 是信息维数.

3 股票时间序列的多重分形分类

近几年来，随着分形几何理论应用研究的深入，仅使用分形维数描述证券市场交易数据波形，只能得出波动形态的宏观概貌，无法对其进行精确的分析和刻画，而采用多重分形则可以研究交易数据在分形子集的分布．对于非均匀的现象，当一个维数无法描述其全部的细致特征时，需要用多重分形的连续谱来表示 [5]．由于分形理论在金融市场中表现出潜在的应用前景，逐渐引起国内外学者对金融时间序列分形特征研究的浓厚兴趣．例如，Lo[6] 对股票市场的研究；史永东 [6]、王明涛 [8] 对中国股票市场的研究．这些学者均限于对金融时间序列的单分形过程研究，即用一个参数刻画出时间序列在不同时间尺度上的分形特征．鉴于前人研究的基础上，本节采用多重分形分析的方法，进一步考察金融市场时间序列．我们借助幂谱分析、统计矩函数和多重分形谱函数这三种方法对香港恒生指数日收盘价进行研究，得出其具有较弱的多重分形性质．这将为多重分形在金融理论方面的研究提供重要的理论基础．

3.1 数据描述

香港恒生指数是香港股票市场上历史最久、影响最大的股票价格指数，由香港恒生银行于 1969 年 11 月 24 日开始发布，占香港股票市值的 63. 8% ．因该股票指数涉及到香港的各个行业，具有较强的代表性，不论股票市场狂升或猛跌，还是处于正常交易水平，它基本上能反映整个股市的活动情况，所以我们选取 1992 年 1 月 2 日至 2005 年 6 月 27 日共 3335 天的香港恒生指数日收盘价作为研究对象，其实际波动图如图 3.1，其中横坐标表示天，纵坐标表示收盘价．原始数据来自 http://cn.finance.yahoo.com 网站．

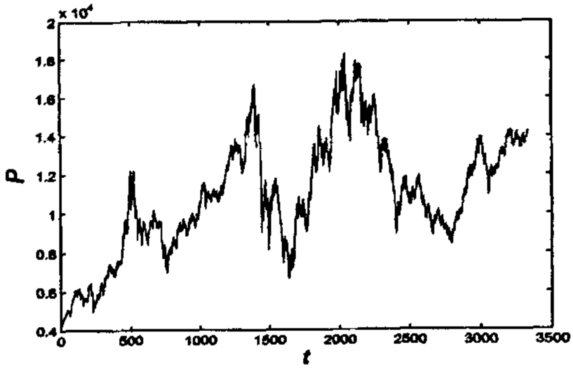


图 3.1 恒生指数日收盘价波动图

3.2 股票指数的一般多重分形分析

在过去几十年里，分形已广泛应用于时间序列的研究，根据分形相关理论来确定时间序列的分形性。例如，一个随机过程的谱若满足幂律形式，说明它具有无标度性；统计矩函数能确定分形的存在性和判断一个随机过程为单分形还是多重分形；多重分形谱函数可说明多重分形性质的强弱。

3.2.1 幂谱方法

幂谱是研究分形的重要工具，对于时间序列 $\{X(t): t \in [0,T]\}$，幂谱是指它的 Fourier 变换的模的平方，即

$$E(\omega) = \frac{1}{T}\| \sum_{t=1}^{T} x(t)e^{-it\omega} \|^2$$

如果谱或者谱的一部分遵循幂律形式

$$E(\omega) \propto \omega^{-\beta}$$

其中 ω 是频率，等于时间的倒数，β 是指数 (又称幂谱指数)，那么我们把满足幂律的频率区间及相应的时间区间称为无标度区间 (分形关系成立的尺度区间)。在无标度区间内，研究对象具有无标度性。所谓的无标度性，就是自相似性，即局部与整体在形状、性质或功能等方面是自相似的。

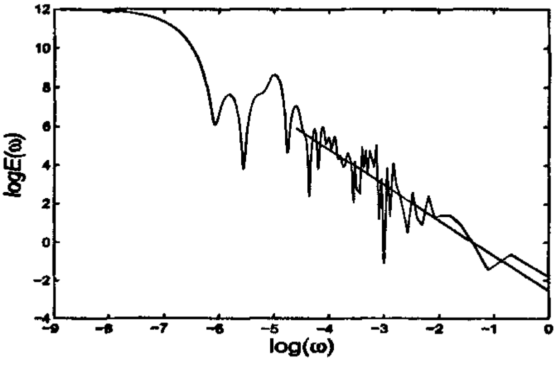


图 3.2 $\log E(\omega) \sim \log \omega$ 关系图

根据幂谱的定义，我们利用 matlab 编程，得出恒生指数日收盘价序列幂谱与频率之间的关系，图 3.2 是 $\log E(\omega) \sim \log \omega$ 关系图。可以看出在时间区间 $1 \sim 100$ 天内，幂谱符合幂律形式 $E(\omega) \propto \omega^{-\beta}$，估测价格波动低频率值 $\beta \approx 1.8373$。在这一时间段内，表现出恒生指数日收盘价格的无标度性。因此以下的统计矩函数都是在长度小于 100 天的无标度区间内分析的。

3.2.2 统计矩方法

设要研究的时间序列为 $\{X(t): t \in [0,T]\}$. 首先把时间区间 $[0,T]$ 分割成一些不相交的子区间, 设 λ 为子区间长度与总区间长度之比的最大值, M 为整个区间内的价格总和, 即

$$M = \sum_{t\in[0,T]} X(t)$$

$N(\lambda,i)$ 为第 i 个小区间内的量值总和, 则第 i 个小区间内的平均密度可表示为

$$\epsilon(\lambda,i) = \frac{N(\lambda,i)}{M}$$

对函数 $\varepsilon(\lambda,i)$ 加权求和, 得统计矩函数

$$M(\lambda,q) = \sum_i \epsilon(\lambda,i)^q \tag{3.1}$$

规定 $0^0 = 0$.

需要指出的是, 定义 $M(\lambda,q)$ 的目的是显示函数 $\epsilon(\lambda,i)$ 值的大小的作用. 从 (3.1) 式可以看出, 假设第 m 个和第 j 个小区间的平均密度函数分别为 $\epsilon(\lambda,m)$ 和 $\epsilon(\lambda,j)$ 且 $\epsilon(\lambda,m) \gg \epsilon(\lambda,j)$. 当 $q \gg 1$ 时, 在 $\sum_i \epsilon(\lambda,i)^q$ 求和中, 显然是 $\epsilon(\lambda,m)^q$ 起主要作用, 这时 $M(\lambda,q)$ 和 $D(q)$ 反映的是稠密区域的性质. 如果在 $q \to \infty$ 的极限下, 可只考虑 $\epsilon(\lambda,m)$ 的最大值而忽略其它的小值, 这就简化了计算 $M(\lambda,q)$. 反之, 当 $q \ll 1$ 时, $M(\lambda,q)$ 反映的是分布中稀疏区域的性质. 所以, 通过加权处理, 就把一个复杂的随机过程划分为具有不同奇异程度的区域来研究.

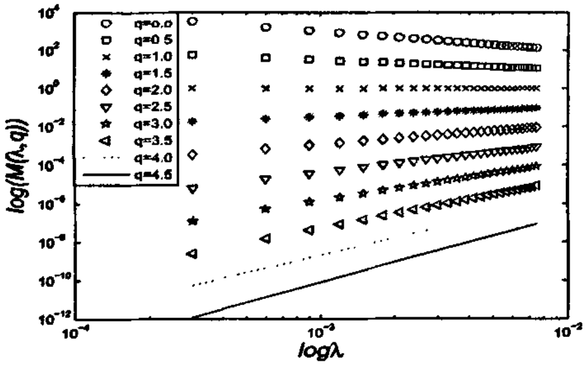


图 3.3 $M(\lambda,q) \sim \lambda$ 双对数关系图, $q = 0.0, 0.5, \ldots, 4.5$;

若统计矩具有如下形式

$$M(\lambda,q) \propto \lambda^{\tau(q)}$$

其中 $\tau(q)$ 是关于 q 的函数, 我们称之为配分函数 (Partition Function), 如果 $\tau(q)$ 是 q 的非线性函数, 则时间序列是具有多重分形的性质; 如果 $\tau(q)$ 是 q 的线性函

数，则对应的随机过程是单分形过程. 这为我们探究股票市场价格的波动提供了一种强有力的分析工具. 从这个定义出发，可以先计算出每个 q 对应的 $\tau(q)$ 值，然后通过检测 $\tau(q)$ 与 q 的非线性关系来检验随机过程 $\{X(t)\}$ 的分形性.

图 3.3 描述的是 q 阶矩 $M(\lambda,q)$ 与 λ 的双对数关系图像，分割成的小区间长度范围是从 1 天 ($\lambda=0.00029985$) 到 25 天 ($\lambda=0.0074963$)，如图例所示，在 q 取值为 0.0, 0.5, 1.0, ..., 4.5 时，在无标度区间内近似直线. 这对于高阶矩 q 取值为 -50, -35, ..., 100 时也成立，仍然有较好的线性性质.

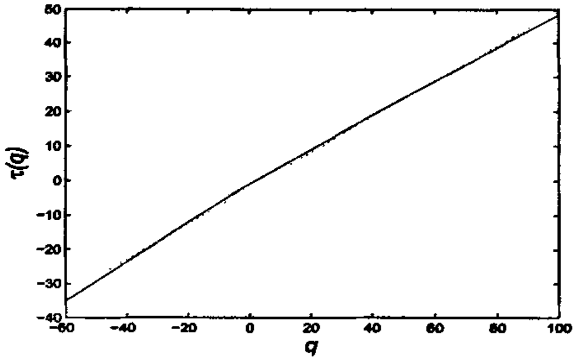


图 3.4 $\tau(q)\sim q$ 关系图

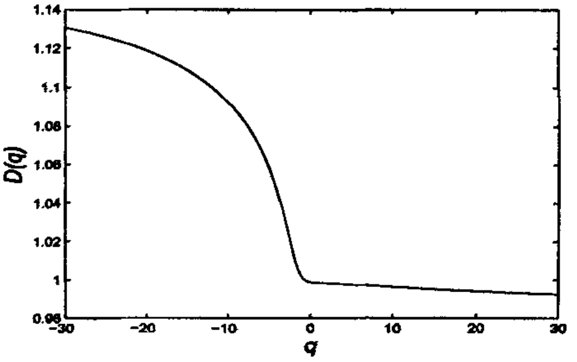


图 3.5 $D(q)\sim q$ 关系图

由配分函数的定义，$\tau(q)$ 可以根据 $\tau(q)=\lim\limits_{\lambda\to 0}\frac{\log M(\lambda,q)}{\log\lambda}$ 得到，因此，我们通过拟合 $M(\lambda,q)$ 与 λ 的双对数函数，所得直线的斜率就是 $\tau(q)$. 图 3.4 表示的是以 $\tau(q)$ 为纵坐标和以 q 为横坐标的 $\tau(q)\sim q$ 关系图 (实线)，虚线是 $\tau(q)$ 的拟合直线. 从图中可以看出 $\tau(q)$ 是一个凹向横轴的函数，$\tau(q)\sim q$ 之间存着非线性关系，这表明恒生指数日收盘价序列具有多重分形性质.

我们再定义广义分形维数 [9]$D(q)$ 为

$$D(q)=\begin{cases}\frac{1}{q-1}\lim\limits_{\lambda\to 0}\frac{\log M(\lambda,q)}{\log\lambda}, & q\neq 1\\ \lim\limits_{\lambda\to 0}\frac{\sum_i \epsilon(\lambda,i).\log\epsilon(\lambda,i)}{\log\lambda}, & q=1\end{cases}\tag{3.2}$$

显然 $D(0)$ 是容量维数.

由方程组 (3.2) 中的两个式子，我们可以计算出广义分形维数 $D(q)$ 的值，用图来直观表示，如图 3.5，表示的是 $D(q)\sim q$ 关系图. 当 $q=0$ 时，得出容量维数 $D(0)=0.9990$. 由图可以看出，随 q 的增加 $D(q)$ 逐渐减小，最后稳定在 $D(\infty)$ 的值上，$D(\infty)\approx 0.9925$，是多重分形的下限，它相当于股票价格较高的那些点密集在某些时间区间的现象.

3.2.3 多重分形谱方法

研究一个随机过程的多重分形程度最好的方法就是考查它的奇异谱，奇异谱是利用一种特殊指数来描述研究对象子集的分形特征. 对于多重分形谱的定义有多种方法，根据研究的需要，我们简要介绍多重分形谱的如下定义.

设函数 $\epsilon(\lambda,i)$ 满足幂律关系 $\epsilon(\lambda,i)\propto\lambda^{\alpha(i)}$，其中 $\alpha(i)$ 是 Hölder 指数且取值大小和小区间的位置 i 有关. 如果对所有的小区间，$\alpha(i)$ 取值相同，我们就称研究的随机过程为单分形；否则，称之为多重分形. 把具有相同 α 值的小区间的数记为 $N_\alpha(\lambda)$. 若

$$N_\alpha(\lambda)\propto\lambda^{-f(\alpha)}$$

这与单分形公式 $N_\alpha(\lambda)\propto\lambda^{-D}$ 相比，则可以看出 $f(\alpha)$ 表示具有相同 α 值的子集的分形维数. 一个复杂的分形体，它的内部可以分为一系列不同 α 值所表示的子集，这样 $f(\alpha)$ 就给出了这一系列子集的分形特征，称函数 $f(\alpha)$ 为多重分形谱或奇异谱.

广义分形维数 $D(q)$ 与多重分形谱 $f(\alpha)$ 是描述多重分形的两种基本语言，它们满足下述关系

$$D(q)=\begin{cases}\frac{\tau(q)}{q-1}, & q\neq 1\\ \tau'(1), & q=1 \text{ 且 } \tau(q) \text{ 可微}\end{cases}$$

当 $\tau(q)$ 与 $f(\alpha)$ 可微时，有如下变换

$$\begin{cases}\alpha(q)=\frac{d(\tau(q))}{d(q)},\\ f(\alpha)=q.\alpha(q)-\tau(q),\end{cases}\tag{3.3}$$

方程组 (3.3) 本质上是勒让德 (Legendre) 变换 [1]，它建立了独立变量 q 和 τ 及独立变量 α 和 f 之间的联系. 通常最容易求出随 q 变化的 τ，所以可以用方程组 (3.3) 来求得 $\alpha(q)$ 和 $f(\alpha(q))$，使得 $f(\alpha)$ 相对 α 的图通过参数 q 来刻画.

如果研究的随机过程是单分形的，则函数 $f(\alpha)$ 为一定值；如果随机过程是多重分形过程，则函数 $f(\alpha)$ 一般为单峰图像. 使 $f(\alpha) \geq 0$ 的区间记为 $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$，其中 $\alpha_{min} = \frac{d\tau(q)}{dq}|_{q\to+\infty}$，$\alpha_{max} = \frac{d\tau(q)}{dq}|_{q\to-\infty}$ 且 $f(\alpha_{min}) = f(\alpha_{max}) = 0$[9]. 我们可以用三个参数来描述随机过程的多重分形程度，它们分别为 $f_{max} = f(\alpha_0)$，$\alpha_0 \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}]$；区间 $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$ 的宽度 $W = \alpha_{max} - \alpha_{min}$；第三个参数设为 B，用最小二次拟合可求得. 具体方法如下：

在函数 $f(\alpha)$ 取得最大值处 α 的取值 α_0 附近，用最小二次拟合法，拟合的二次函数设为

$$\tilde{f}(\alpha) = A(\alpha - \alpha_0)^2 + B(\alpha - \alpha_0) + C$$

其中参数 B 表示谱曲线 $f(\alpha)$ 的对称性. 当 $B = 0$ 时，谱曲线是对称的；当 $B > 0$ 时，谱曲线的峰值偏右；当 $B < 0$ 时，谱曲线峰值偏左. 通过以上三个参数对随机过程的描述，说明当 $f(\alpha)$ 最大值越大，区间 $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$ 的宽度 W 越大及谱曲线 $f(\alpha)$ 对称性越好时，随机过程的多重分形性越强.

式子 (3.3) 提供了多重分形谱估算公式，但是对于离散的恒生指数日收盘价格序列，我们用 $f(\alpha) = \min\limits_{-\infty<q<\infty} (\alpha \cdot q - \tau(q))$ 来计算. 图 3.6 表示的是多重分形谱 $f(\alpha) \sim \alpha$ 关系图 (实线)，它是一条钟形的曲线，$f(\alpha)$ 的最大值在 $\alpha_0 = 0.9998$ 处取得，此时 $f_{max} = f(\alpha_0) = 0.9990$，这与容量维数 $D(0)$ 相等. 从多重分形谱图上还可估测出使 $f(\alpha) = 0$ 的两个 α 的取值：$\alpha_{min} \approx 0.8641$ 与 $\alpha_{max} \approx 1.2233$，所以 $W = 0.3592$. 这与文献 [10] 的结论 (W 值在 0.5 到 1 之间) 相比较，局部 Hölder 指数在较小的范围内变化. 在 α_0 处，用最小二次拟合，可得 $f(\alpha)$ 的二次拟合函数 (图 3.6 中虚线所示) 为

$$\tilde{f}(\alpha) = -31.8309(\alpha - 0.9998)^2 + 2.7168(\alpha - 0.9998) + 0.8890.$$

因此参数 $B = 2.7168$，仍与文献 [10] 的结论 (B 值在 -1 与 1 之间) 比较，看出 B 值较大，$f(\alpha)$ 图像对称性较低. 以上，从多重分形方面对恒生指数的日收盘价序列的研究分析，最终结果表明恒生指数日收盘价具有较弱的多重分形性质.

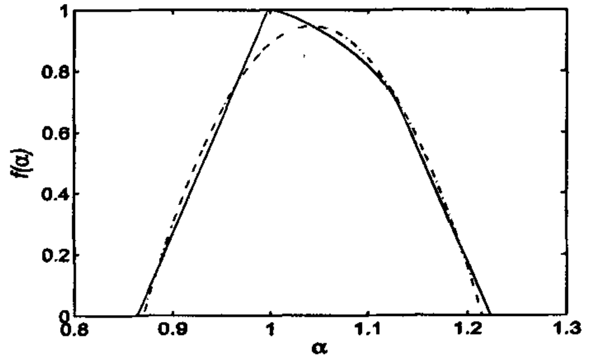


图 3.6 $f(\alpha) \sim \alpha$ 关系图

3.3 数据分类

3.3.1 根据配分函数 $\tau(q)$ 的拟合直线的斜率进行分类

分类过程如下：

1、首先要明确分类的对象. 这里, 我们对恒生指数按时间先后顺序划分成若干组, 每一组数据第一个数假设为 t_1 时刻的股票指数, 最后一个数假设为 t_2 时刻的股票指数, t_1、t_2 要根据研究的目的选取, 如：如果研究的目的是预测, 则 t_1、t_2 可取未来时间；如果是为了说明短时间股票市场的数据特征, 则 t_1、t_2 的时间间隔就需要取小的值. 对于香港恒生指数, 这里选取的数据是从 1987 年 1 月 2 日到 2005 年 11 月 11 日, 除去周末及假日, 共 4647 个交易日数据作为研究对象. 对股票市场进行分析时, 考察的是收益率序列, 我们以三个月 (记 90 天) 的数据为一组进行分析, 分组后, 最后一组数据不足 90 个数的组不在研究的范围内.

2、数据分组. 我们把研究对象全体数据划分为 51 组, 每组含有 90 个数据, 分别计算出每一组的 $\tau(q)$.

3、最后, 我们根据配分函数 $\tau(q)$ 曲线的拟合直线的斜率进行分类. 每一组数据得出 $\tau(q)$ 的一个拟合直线的斜率 (记为一个样本点), 共计 51 个样本点, 也就是对这 51 个样本点进行分类.

除去 $\tau(q)$ 拟合直线斜率的最大值和最小值的两个样本点外, 余下还有 49 个样本点分成 5 类, 对每一类分别求出 $\tau(q)$ 的平均曲线, 如图 3.7 所示. 第一类, 含有 9 个样本点, 相对应 $\tau(q)$ 的平均曲线几乎是直线, 表现出单分形的性质, 这说明这一类的数据可以由一个标度指数来描述. 第二类含有 11 个样本点, 第三、四分别含有 10、12 个样本点. 这三类数据对应 $\tau(q)$ 的平均曲线表现出明显的非线性关系, 说明对应的数据具有较强的多重分形性质. 第五类, 仅含有 7 个样本点, 这类数据也表现出多重分形性质.

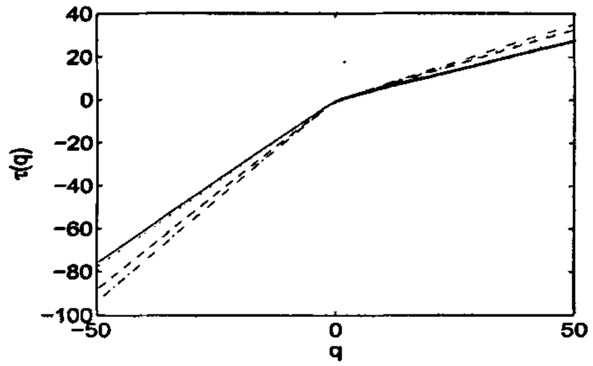
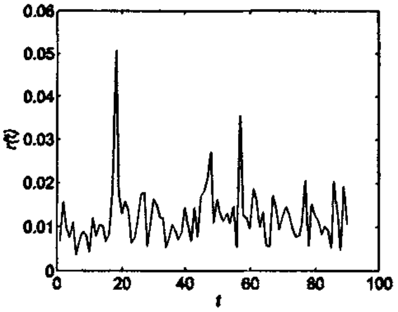


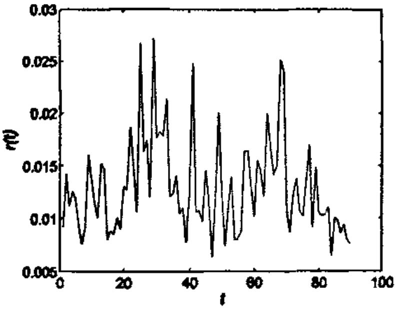
图 3.7 五类 $\tau(q)$ 的平均曲线

对数据进行分类的目的是为了更细致地研究其内部结构特征、分析现有数据

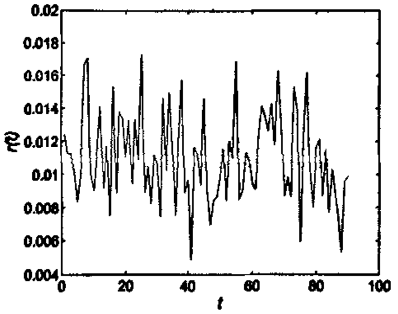
的波动情况、预测未来股票数据大体走势．因此，对 $\tau(q)$ 分类后，我们有必要分析每一类 $\tau(q)$ 对应的原始数据．图 3.8 给出了原始数据平均收益率波动图 (对应图 3.7 的五类数据)．



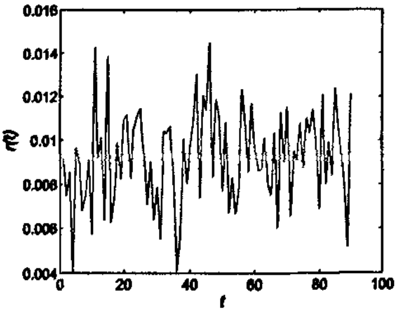
第一类 $\tau(q)$ 原始数据



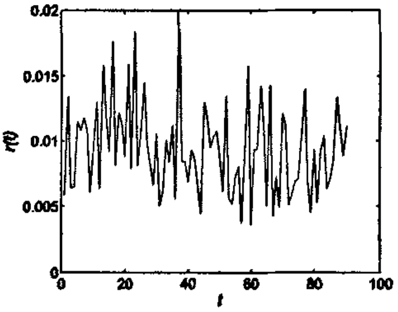
第二类 $\tau(q)$ 原始数据



第三类 $\tau(q)$ 原始数据



第四类 $\tau(q)$ 原始数据



第五类 $\tau(q)$ 原始数据

图 3.8 $\tau(q)$ 类原始数据平均收益率波动图

3.3.2 根据多重分形谱 $f(\alpha)$ 的宽度进行分类

多重分形谱是描述时间序列分形结构的一个重要参数，在这一部分中，我们把研究对象的全体数据划分为 51 个片断，每个片断含有 90 个数据 (不足 90 个数据的片断不在研究的范围内)，然后去掉具有单分形性质的片断，分别计算余下片断的多重分形谱 $f(\alpha)$．最后，我们根据多重分形谱 $f(\alpha)$ 曲线的宽度对样本点进

行分类. 图 3.9 给出了四类多重分形谱 $f(\alpha)$ 的平均曲线. 具体分类关系如下:

除去 10 个片断的数据具有单分形性质外, 将余下的 41 个片断分成 4 类, 这四类数据的平均多重分形谱曲线如图 3.9 所示. 第一类含有 7 个样本点, 多重分形谱的平均宽度为 0.7943, 对应的 $f(\alpha)$ 曲线呈现单峰钟形, 表现出多重分形性质. 第二类、第三类分别含有 15、16 个样本点, 多重分形谱的平均宽度分别为 0.9663 和 1.1405. 第四类仅含有 3 个样本点, 对应的 $f(\alpha)$ 平均宽度为 1.3167. 它们都表现出较强的多重分形性质. 图 3.10 给出了 $f(\alpha)$ 类对应的平均收益率曲线.

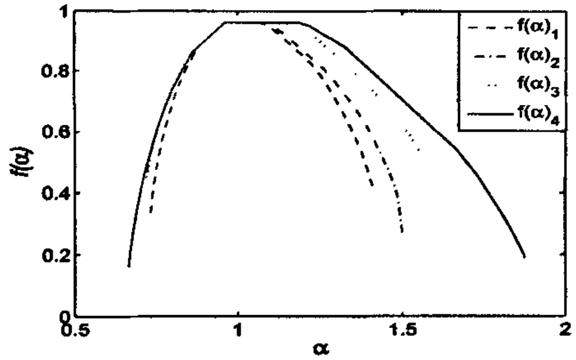
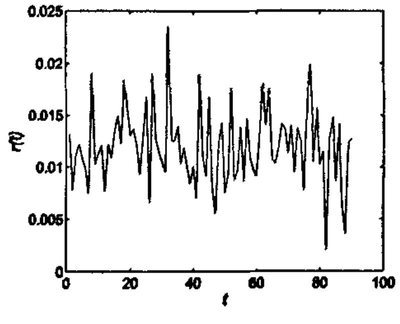
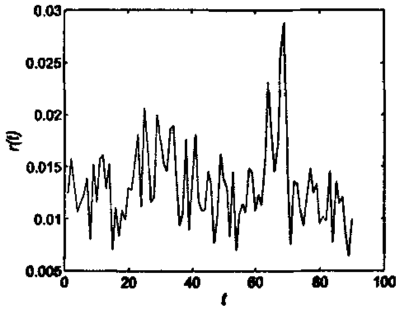


图 3.9 四类 $f(\alpha)$ 的平均曲线

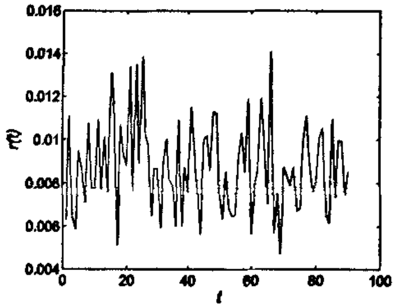
以上讨论的是对 $\tau(q)$ 和 $f(\alpha)$ 进行分类, 其目的是更细致地研究时间序列的内部复杂的结构特征. 当给出一个新的样本, 我们可以通过计算样本的 $\tau(q)$ 和 $f(\alpha)$ 来确定这个样本属于哪一类, 然后就可以根据那一类的特征对数据进行建模研究. 比如, 如果给定的样本点接近线性性质, 我们采用线性方法 (如, 回归模型) 是必要的; 相反, 若样本点具有分形的性质, 我们就用分形的方法对数据进行研究分析.



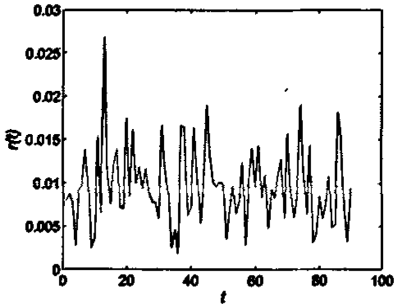
第一类 $f(\alpha)$ 原始数据



第二类 $f(\alpha)$ 原始数据



第三类 $\tau(q)$ 原始数据



第四类 $\tau(q)$ 原始数据

图 3.10 $f(\alpha)$ 类原始数据平均收益率波动图

3.4 小节

本章简要介绍了多重分形有关的理论方法，从多重分形的角度对恒生指数日收盘价序列进行了实证研究. 在无标度区间 1 到 100 天内，统计矩 $M(\lambda, q)$ 对任意的阶数 q 的双对数图都是直线，这表明了价格序列的无标度性. 配分函数 $\tau(q)$ 和奇异谱 $f(\alpha)$ 的估算结果均证实了股票市场具有较弱的多重分形性质. 然后，根据 $\tau(q)$ 和 $f(\alpha)$ 对收益率序列进行分类，通过 $\tau(q)$ 类，我们能够识别哪一部分短时数据具有分形 (或多重分形) 性质；通过 $f(\alpha)$ 类，能够知道这一短时数据的复杂程度. 对股票时间序列进行分类，在预测方面仅是第一步，更多的工作还有待做. 应用分形广义维数和多重分形的原理，对证券市场交易数据进行科学的分析，无论是对推动非线性数学分析理论在证券期货业的实际应用，增强投资交易决策科学化、数字化和自动化的程度，还是对多重分形在金融理论方面的研究都具有重要的意义.

4 多重分形消除趋势波动分析

本章我们首先介绍并应用了探索金融市场的多重分形性质的一种主要方法：多重分形消除趋势波动分析. 消除趋势波动分析 (Detrended Fluctuation Analysis, 简记 DFA) 具有比常规的方法 (如谱分析、Hurst 分析) 更大的优越性，它能够给出陷入在表面看似非平稳时间序列中的长相关性，同时可免除人造的非平稳时间序列中的伪相关性现象.

在过去几年，对金融时间序列的分析就已经成为研究的焦点，但人们通常认为价格的变动是一种随机过程，直到最近人们才发现即使是最具有竞争力的市场，它们的价格变动也不是严格随机的，而是具有相关性和可预测性. 特别是利用分形或多重分形技术来研究金融时间序列，我们将会发现更多有用的信息. 近几年来，由 Peng et al[5] 发明的消除趋势涨落分析方法 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis(MF-DFA)，已经成为探测非平稳时间序列的标度性和长相关性的重要工具；它能精确的量化非平稳时间序列的长相关性 [11,12]. 这种方法已经成功应用到许多领域，如 DNA 序列 [13,14]、心率跳动动力学 [15–17]、长时间天气预测 [18,19]、云层结构 [20,21]、经济时间序列 [22,23] 及固态物理学 [24] 等. 由于该方法基于随机步行理论 [25]，对时间序列有一个求和的过程，因此，它可以避免人为引起的时间序列的不稳定性. 在本章中，我们主要运用多重分形消除趋势涨落分析方法，来研究美国股票市场上的沃尔玛指数 (WMT) 的多重分形性.

4.1 MF-DFA 方法

4.1.1 方法描述

设时间序列 $(x_k)_{k=1}^N$ 是紧支集，用多重分形消除趋势分析方法进行多重分形分析的步骤如下：

第一：求序列对于均值的累积离差 $\{Y(i)\}$：

$$Y(i) = \sum_{k=1}^{i} [x(k) - < x >], i = 1, 2, \ldots, N, \tag{4.1}$$

其中 $< x >= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_k$.

第二：分割序列 $\{Y(i)\}$ 成等长小区间. 将序列 $\{Y(i)\}$ 分成 $N_s \equiv int(N/s)$ 个互不重叠的小区间，每个小区间均含有 s 个数据. 由于 N 未必整除 s，那么 $Y(i)$ 将有一段剩余，为了使序列 $Y(i)$ 的全部数据均进入计算，再从序列 $Y(i)$ 的尾部重复这一分割过程，于是得到 $2N_s$ 个等长小区间.

第三：用最小二次拟合法求均方误差 $F^2(s,v)$. 设 $y(i)$ 是第 v 个小区间的拟

合多项式，当 $v=1,2,\dots,N_s$ 时，有

$$F^2(s,v)=\frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\{Y[(v-1)s+i]-y_v(i)\} \tag{4.2}$$

当 $v=N_s+1,N_s+2,\dots,2N_s$ 时，有

$$F^2(s,v)=\frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\{Y[N-(v-N_s)s+i]-y_v(i)\} \tag{4.3}$$

这里拟合多项式 $y_v(i)$ 可以是一次的、二次的、三次的，…，一般记为 MF-DFAm, m 是拟合多项式的阶数.

第四：对于 $2N_s$ 个区间，求 $F^2(s,v)$ 的平均值，得 q 阶波动函数 $F_q(s)$,

$$F_q(s)=\{\frac{1}{2N_s}\sum_{v=1}^{2N_s}[F^2(s,v)]^{q/2}\}^{1/q} \tag{4.4}$$

当 $q=0$ 时，波动函数可以由下式确定，

$$F_0(s)=exp\{\frac{1}{4N_s}\sum_{v=1}^{2N_s}\ln[F^2(s,v)]\} \tag{4.5}$$

当 $q=2$ 时，MF-DFA 就退化成 DFA. 当 $q<0$ 时，$F_q(s)$ 的大小主要取决于小波动偏差 $F^2(s,v)$ 的大小；而当 $q>0$ 时，$F_q(s)$ 大小主要取决于大波动偏差 $F^2(s,v)$ 的大小. 这样，不同的 q 就描述了不同程度的波动对 $F_q(s)$ 的影响.

第五：分析 $F_q(s)$ 与 s 的双对数函数，确定波动函数的标度性. $F_q(s)$ 是 q 与 s 的函数，且对于较大的 s，$F_q(s)$ 以幂律形式增加，即

$$F_q(s)\propto s^{h(q)} \tag{4.6}$$

这里 $h(q)$ 称为广义赫斯特 ($Hurst$) 指数，当序列是平稳时间序列时，$h(2)=H$，称为 $Hurst$ 指数. 通常，波动函数值 $F_q(s)$ 是 s 的增函数，作出 $\log F_q(s)$ 对 $\log s$ 的函数关系图，求出 $\log F_q(s)$ 相对于 $\log s$ 的变化斜率，其斜率即为所得的标度指数 $h(q)$. 为了使 $F_q(s)$ 有较高的稳定程度，通常 s 的取值不超过 $N_s/4$. 当序列 $(x_k)_{k=1}^{N}$ 为一单分形时，偏差 $F^2(s,v)$ 在所有区间的标度行为是一致的，从而 $h(q)$ 独立于 q 为一常数. 特别的，当序列 $(x_k)_{k=1}^{N}$ 不相关或短程相关时，$h(q)=1/2$；当 $h(q)$ 依赖于 q 并且是关于 q 的函数时，序列 $(x_k)_{k=1}^{N}$ 为多重分形.

然而，MF-DFA 方法仅能确定正的广义 $Hurst$ 指数 $h(q)$ 的信号性质，当 $h(q)$ 趋近于 0 时，信号表现出强的逆相关，此时 MF-DFA 方法不能准确地确定信号的性质，这就需要修正 MF-DFA 过程. 最简单的方法就是在 MF-DFA 方法之前，在第一步中两次求累积离差，方法如下：

$$\tilde{Y}(i)=\sum_{k=1}^{i}[Y(k)-\langle Y\rangle] \tag{4.7}$$

以下步骤同 MF-DFA 方法，我们得到广义的波动函数 $\tilde{F}_q(s)$，

$$\tilde{F}_q(s) \propto s^{\tilde{h}(q)} = s^{h(q)+1} \tag{4.8}$$

对于大的标度，有 $\tilde{h}(q) = h(q) + 1$.

4.1.2 多重分形相关理论

假设序列 $\{x_k\}$ 为长度为 N 的稳定时间序列，那么在用 MF-DFA 方法分析此稳定时间序列时，就可以省略第三步的消除趋势过程，也就是所谓的传统的波动分析法 (简记为 FA). 用 FA 方法进行分析，此法的第一步、第二步同 MF-DFA 方法，在第三步中方程 (4.2) 改为

$$F_{FA}^2(s,v) \equiv [Y(vs) - Y((v-1)s)]^2 \tag{4.9}$$

将 (4.9) 式代入 (4.4)、(4.6) 式可得

$$\{\frac{1}{2N_s}\sum_{v=1}^{2N_s}|Y(vs) - Y((v-1)s)|^q\}^{1/q} \sim s^{h(q)} \tag{4.10}$$

我们考虑简单的情况，这里假设 N 是 s 的整数倍，即 $N_s = N/s$. 这样可得

$$\sum_{v=1}^{N/s}|Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \sim s^{qh(q)-1} \tag{4.11}$$

由方程 (4.1) 可得，

$$Y(vs) - Y((v-1)s) = \sum_{k=(v-1)s}^{vs} x_k = p_s(v) \tag{4.12}$$

指数 $\tau(q)$ 是由函数 $Z_q(s)$ 来定义：

$$Z_q(s) \equiv \sum_{v=1}^{N/s}|p_s(v)|^q \sim s^{\tau(q)} \tag{4.13}$$

由方程 (4.11)、(4.12)、(4.13) 得到

$$\tau(q) = qh(q) - 1) \tag{4.14}$$

这样，我们就得到了 MF-DFA 方法中定义的广义 Hurst 指数 $h(q)$ 与传统方法中的标度指数 $\tau(q)$ 的关系. 勒让德 (*Legendre*) 变换式：

$$\begin{cases} \alpha = \tau'(q), \\ f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \end{cases} \tag{4.15}$$

根据勒让德 (Legendre) 变换式和 (4.14) 式，得到多重分形谱 $f(\alpha)$ 和广义 Hurst 指数 $h(q)$ 的关系式

$$\begin{cases} \alpha = h(q) - qh'(q), \\ f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1 \end{cases} \tag{4.16}$$

4.2 数据分析及实验结果

4.2.1 数据描述

沃尔玛指数是美国股票市场上历史最久、影响最大的股票价格指数之一，这里选取的数据是从 1972 年 8 月 25 日到 2006 年 4 月 27 日，除去周末及假日，共 8498 个交易日数据作为研究对象. 对股票市场进行分析时，考察的是收益率序列，首先将市场日收盘价指数 P_t 转化为收益率序列 r_t:

$$r_t = \ln P_{t+1} - \ln P_t \tag{4.17}$$

其中 $t = 1, 2, 3, \cdots, N-1$，P_t 是股票市场在第 t 个交易日的收盘指数，r_t 为股票市场的日收益率. 当收盘指数波动较小时，对数收益率近似地等于价格指数的百分比变化率，对应着股票市场的整体日收益水平.

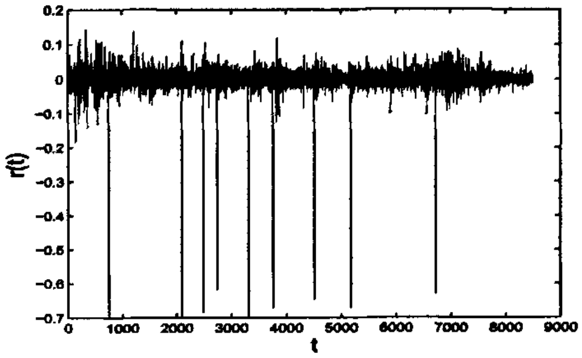


图 4.1: 对数收益率序列 r_t 随时间变化的关

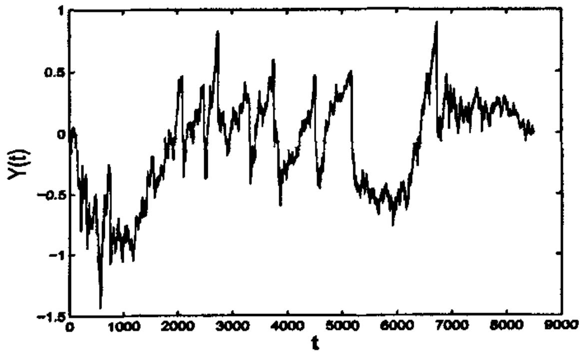


图 4.2: 累积离差 $Y(t)$ 随时间变化的关

图 4.1 给出了沃尔玛指数收益率序列 r_t 随时间变化的关系. 注意到在收益率时间序列当中曾出现了多个异常的峰值，这表明股市价格波动的突发性和显著性；

另外，收益率序列中的一些异常波动出现了明显的聚类现象，这表明时间序列的波动具有条件异方差迹象，可以认为这些序列当中的扰动不是白噪音过程.

4.2.2 确定多重分形性质

图 4.2 给出了收益率序列对于均值的累积离差 $Y(t)$ 随时间变化的关系. 从图中可以看出来，在不同的时间间隔期，序列 $Y(t)$ 的变化趋势大不相同，有时上升、有时下降，这些上升、下降趋势有的持续时间长，有的持续时间短；有时幅度大，有时幅度小. 对均值的累积离差序列，分段消除趋势 (MF-DFA1) 后，计算波动函数值，在双对数图中分析 $F_q(s)$ 与 s 的关系 (如图 4.3)，其中 q 的取值分别为 $+4.0, +2.0, +0.2, -0.2, -2.0, -4.0$. 从图 4.3 可以看出波动函数 $F_q(s)$ 与 s 的双对数满足幂律关系. 图 4.4 给出了在拟合区间 s 取值为 $10 \sim 2000$，广义 Hurst 指数 $h(q)$ 与 q 的关系. 从图中可看出，$h(q)$ 显著的依赖于 q，并且随着 q 值的增大而减小. 这表明收益率序列具有多重分形性质.

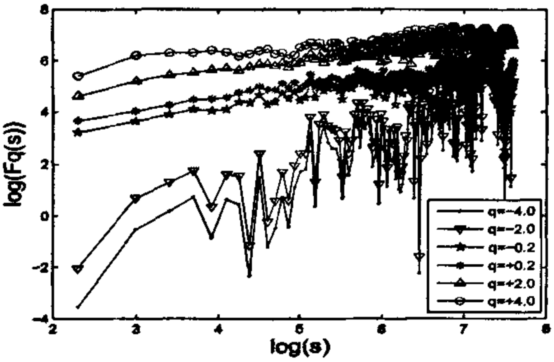


图 4.3: $F_q(s)$ 与 s 的关系双对数图

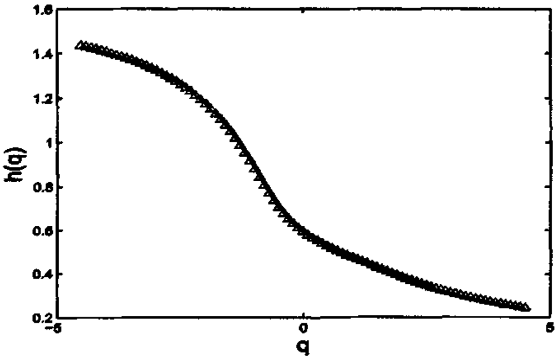


图 4.4: 广义 Hurst 指数 $h(q)$ 与 q 的关系图

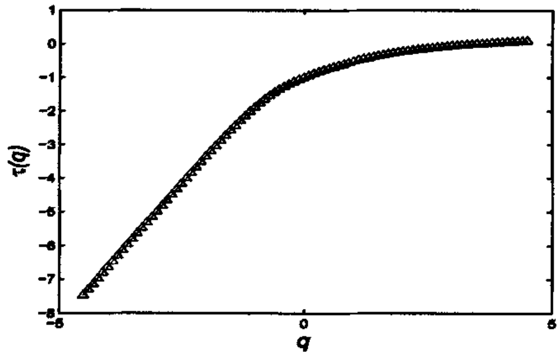


图 4.5: $\tau(q) \sim q$ 的关系图

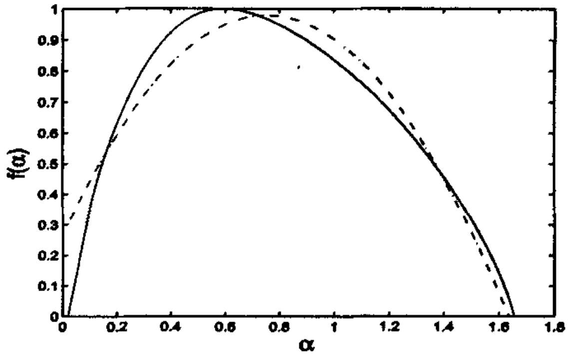


图 4.6: 多重分形谱 $f(\alpha) \sim \alpha$ 关系图 (实线)

根据 (4.14) 式, 由广义的 Hurst 指数 $h(q)$ 可以得到配分函数 $\tau(q)$ 与 q 的关系, 如图 4.5 所示. 图 4.5 表示的是以 $\tau(q)$ 为纵坐标和以 q 为横坐标的 $\tau(q) \sim q$ 的关系图. 从图中可以看出 $\tau(q)$ 是一个凹向横轴的函数曲线, $\tau(q) \sim q$ 之间存在明显的非线性关系, 这表明 WMT 指数收益率序列具有较强的多重分形性质. 式子 (4.16) 提供了多重分形谱的估算公式, 但是对于离散的 WMT 指数收益率序列, 我们用 $f(\alpha) = \min\limits_{-\infty<q<\infty}(\alpha \cdot q - \tau(q))$ 来计算. 图 4.6 表示多重分形谱 $f(\alpha) \sim \alpha$ 关系图 (实线), 它是一条钟形的曲线, $f(\alpha)$ 的最大值在 $\alpha_0 \approx 0.5838$ 处取得, 从多重分形谱图上可估测出使 $f(\alpha) = 0$ 的两个 α 值 $\alpha_{min} \approx 0.0203$ 与 $\alpha_{max} \approx 1.6546$. 所以多重分形谱的宽度 $W = \alpha_{min} - \alpha_{max} = 1.6343$, 在 α_0 处, 用最小二次拟合, 可得 $f(\alpha)$ 的二次拟合函数 (图 4.6 中虚线所示) 为

$$\tilde{f}(\alpha) = -1.2601(\alpha - 0.5838)^2 + 0.4263(\alpha - 0.5838) + 0.9440$$

可以看出 $B = 0.4263$, B 值较小, $f(\alpha)$ 图像对称性较好, 同样表明了 WMT 指数收益率序列具有较强的多重分形性.

4.3 区分两种类型的多重分形

一般来说，时间序列的多重分形有两种类型：一种是由时间序列的概率密度函数产生的多重分形，称为分布多重分形；另一种是由序列的长相关产生的多重分形，称为相关多重分形. 区分这两种多重分形最简单的方法就是分析其对应时间序列的随机打乱序列的性质.

如果时间序列的多重分形是由长相关产生的，那么对应随机打乱次序的序列表现出随机性质，即 $h_{shuf}(q) = 0.5$ ($h_{shuf}(q)$ 表示随机打乱次序的序列的广义 Hurst 指数). 如果时间序列的多重分形是由概率密度函数产生的，那么对应随机打乱次序序列的广义 Hurst 指数依赖于 q 的性质不变. 为了更好的确定这两种类型的多重分形，我们考虑原始序列的波动函数 $F_q(s)$ 与相对应的随机打乱次序的波动函数 $F_q^{shuf}(q)$. 它们的比值具有如下标度性质 [27]：

$$F_q(s)/F_q^{shuf}(s) \sim s^{h(q)-h_{shuf}(q)} \tag{4.18}$$

如果序列的多重分形仅仅由概率密度函数产生的，那么 $h(q) = h_{shuf}(q)$ 且它们的值随 q 的变化而变化；另一方面，如果 $h(q) - h_{shuf}(q) \neq 0$，这表明时间序列存在相关性，若 $h_{cor}(q) = h(q) - h_{shuf}(q)$(其中 $h_{cor}(q)$ 表示相关指数) 的变化依赖于 q，则说明序列的多重分形是由相关性产生的. 如果序列仅表现出相关多重分形，则 $h_{shuf}(q) = 0.5$；如果分布多重分形和相关多重分形都存在，则 h_{shuf} 与 $h_{cor}(q)$ 都依赖于 q.

当 q 取值较大时，$h_{shuf}(q)$ 趋近于零，甚至出现负值，如果再采用 MF-DFA 方法分析数据，结果将会影响数据的实际性质，在这种情况下，我们用修正的 MF-DFA 方法对随机打乱次序的数列进行分析. 广义的 Hurst 指数 $h_{shuf}(q)$ 随 q 的变化 (*) 及 $h(q)$ 随 q 的变化 ($\triangle$) 关系如图 4.7 所示. 从图中可以看出，在 q 取值范围内，$h(q)$ 的值总是大于 $h_{shuf}(q)$ 的值，$h_{shuf}(q)$ 依赖于 q，且随 q 值的增加而减小，这表明沃尔玛指数的多重分形是由概率密度函数产生的. 图 4.8 给出了相关指数 $h_{cor}(q)$ 与 q 的关系，$h_{cor}(q)$ 值的变化明显依赖于 q，这表明相关多重分形性质的存在. 由图 4.7 和图 4.8 我们可以得出，沃尔玛股票指数时间序列数据同时具有分布多重分形和相关多重分形，但分布多重分形起主要作用.

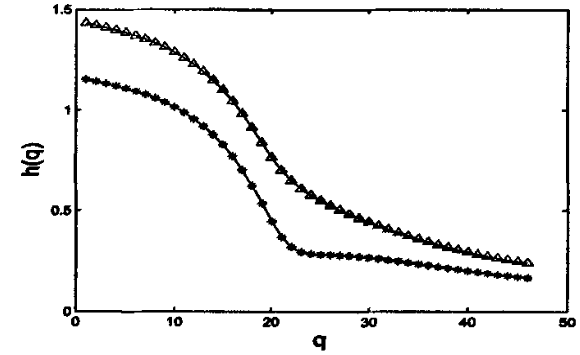


图 4.7: $h(q) \sim q$ ($\triangle$) 和 $h_{shuf} \sim q$ ($*$) 关系图

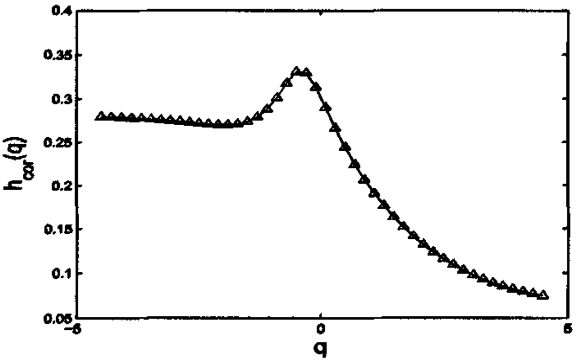


图 4.8: 相关指数 $h_{cor}(q)$ 与 q 的关系图

图 4.9 给出了 $\tau_{shuf}(q) = qh_{shuf}(q) - 1$ 曲线图. 从图中可以看出, $\tau_{shuf}(q)$ 是 q 的非线性函数, 且图像曲线凹向 q 轴, 这说明了随机打乱沃尔玛指数序列后, 并没有消除指数的多重分形性质. 图 4.10 是随机打乱序列的多重分形谱 $f_{shuf}(\alpha)$ 曲线图, 多重分形谱曲线图仍呈现出单峰钟形. $f_{shuf}(\alpha)$ 的最大值出现在 $\alpha_0^{shuf} \approx 0.2895$, $\alpha_{min}^{shuf} \approx -0.051$, $\alpha_{max}^{shuf} \approx 1.3732$, 谱宽度 $W_{shuf} = \alpha_{max}^{shuf} - \alpha_{min}^{shuf} = 1.3783$, 在 $\alpha_0^{shuf} \approx 0.2895$ 处, 用最小二次拟合法, 得到拟合曲线如图 4.10 虚线所示, 其中 $B_{shuf} = 1.4641$. 通过比较原始序列的多重分形谱 (图 4.6) 和打乱序列的多重分形谱 (如图 4.10) 参数 (多重分形谱的最大值、宽度、对称性), 我们得出打乱序列的多重分形性质弱于原始序列的多重分形性质.

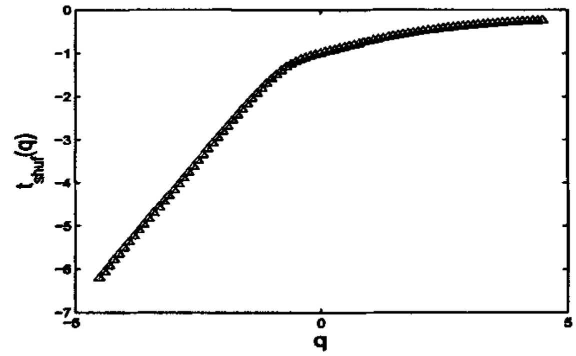


图 4.9: $\tau_{shuf}(q) = qh_{shuf}(q) - 1$ 曲线图

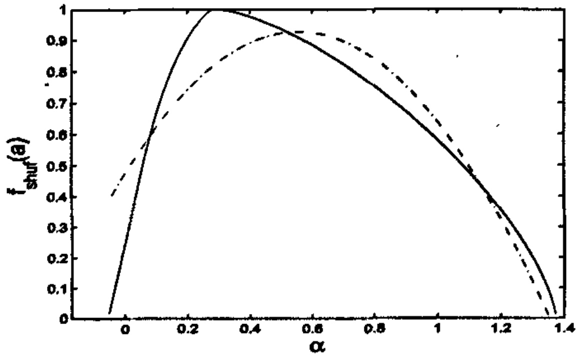


图 4.10: 随机打乱序列的多重分形谱 $f_{shuf}(\alpha)$ 曲线图

4.4 小节

本章利用多重分形消除趋势分析的方法 (MF-DFA) 分析美国股票市场中的单支股票指数 - 沃尔玛指数. 通过分析广义 Hurst 指数 $h(q)$、配分函数 $\tau(q)$ 及多重分形谱 $f(\alpha)$, 得出多重分形消除趋势分析法能够准确可靠地确定时间序列的多重分形性质. 然后随机打乱时间序列的次序, 用 MF-DFA 方法分析打乱序列的多重分形性质, 目的是确定原始时间序列属于哪一类的多重分形, 属于分布多重分形还是相关多重分形? 通过具体的分析得出, 沃尔玛指数的多重分形主要是由概率密度函数产生的, 分布多重分形占主导地位. 比较原始序列和打乱序列的多重分形性质, 得出打乱序列的多重分形性弱于原始序列的多重分形性. 这一结果不仅对多重分形在金融理论方面的应用提供帮助, 而且对股票市场理论建模、短时预测和管控策略的制定具有重要意义. 从而投资者和融资者可以及时准确地掌握市场行情, 以便做出合理的决策.

5 基于相空间重构的交通流混沌预测

在智能化交通系统 (Intelligent Transportation of System，简称 IFS) 中，随着现代交管模式由被动管理到主动诱导的转变，预测信息也越来越重要. 时间间隔不超过 15min 的短时间交通流预测是目前研究的热点. 基于混沌的相空间重构技术能较好的刻画交通流变化量随机因素中所包含的系统本身内在随机性即重构系统吸引子，从而成为当前交通流预测的重点. 由于交通流所处的环境受众多因素的影响，是复杂的系统，很难建立能够全面描述系统的动力方程跟踪，每个变量，只能把它投影到某一个平面或直线上来观察，从而采集到的数据是一维或两维的时间序列. H.Whitney 提出的拓扑嵌入理论和在此基础上 Takens 和 Packard 证明的相空间重构理论解决了从这些有限的时间序列数据中获得整个系统动力特性问题. 本章主要是用相空间重构的技术来预测交通流.

5.1 相空间重构

已知某交通流变化量的时间序列为 $x(1),x(2),\cdots,x(n)$，其中时间间隔为 Δt(单位时间)，设重构相空间的嵌入维数为 m 和时间延迟为 τ，则重构的 m 维相空间的第 i 个点坐标为

$$X(i)=[x(i),x(i+\tau),\cdots,x(i+(m-1)\tau)]$$

其中 $i=1,2,\cdots,N$, $N=n-(m-1)\tau$. 在重构相空间中，嵌入维数 m 和时间延迟 τ 是决定重构相空间质量的两个重要参数.

本章对采集到的北京东三环快速路某断面的单向交通流数据进行分析，其中观测的数据时段为 2006 年 7 月 17 日到 2006 年 7 月 26 日每天 5:00 到 23:00 共十天的数据，每 2min 采集一个样本点，共 4862 个样本点.

5.1.1 时间延迟 τ 的确定

时间延迟 τ 的选择不能太小也不能太大. 若时间延迟 τ 太小，相空间矢量 $X(i)=[x(i),x(i+\tau),\cdots,x(i+(m-1)\tau)]$ 中的任意两分量 $x(t+j\tau)$ 和 $x(t+(j+1)\tau)$ 在数值上非常接近，以至于无法区分，从而无法提供两个独立的坐标分量；如果时间延迟 τ 太大的话，则两坐标分量在统计意义上又是完全独立的，混沌吸引子的轨迹在两方向上的投影毫无相关性可信. 这就需要用一定的方法来确定一个合适的 τ 值.

由 Takens 定理知，在没有噪音无限长的精确数据的情况下，可以任意选择 τ，但是实测时间序列是有限长的，且一般都有噪音污染，因此在重构过程中 τ 的选取起着重要的作用. 一般只能根据经验来选取 τ，其基本思想是使 $X(i)$ 和 $X(i+\tau)$ 具有某种程度的独立但又不完全无关，以便它们能在重构的相空间中作为作为独

立的坐标来处理. 在实际应用中, 求 τ 的方法有线性相关函数法和互信息法, 文献 [27] 提出了一种有效的求时间延迟的方法, 此方法是建立在几何方法的基础上的, 称为重构展开法的最佳延迟时间间隔选择法. 综合考虑了冗余或不相关之间的折衷, 在 L_2 范数下定义平均位移 $S_2(m,\tau)$[28] 为

$$S_2(m,\tau) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sqrt{\sum_{l=1}^{m-1}(x(i+li)-x(i))^2}$$

在 L_∞ 范数下定义平均位移 $S_\infty(m,\tau)$ 为

$$S_\infty(m,\tau) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\max_{1\le l\le m-1}|x(i+l\tau)-x(i)$$

记 $S_2(m,\tau)$、$S_\infty(m,\tau)$ 为 $S(m,\tau)$. 平均位移 $S(m,\tau)$ 表示重构状态空间的轨线从状态空间主对角线打开的程度, 定量地刻划了当 τ 增加时冗余误差的减小. 当 τ 增加时, $S(m,\tau)$ 相应地增加, 对较大的 m, 在某个 τ 出 $S(m,\tau)$ 不再增加, 此时的 τ 为最佳延迟时间间隔. 这种方法的优点是对有噪音和小的数据集比较可信, 而且计算时间较短.

用重构展开法的最佳延迟时间间隔选择法计算交通流时间序列的平均位移 $S(m,\tau)\sim\tau$ 的关系曲线如图 5.1 所示. 从图中可以看出, 时间延迟从 $\tau=5$ 开始, $S(m,\tau)$ 不再随 τ 的增加而增加, 因此我们选取 $\tau=5$ 为重构相空间的延迟时间间隔.

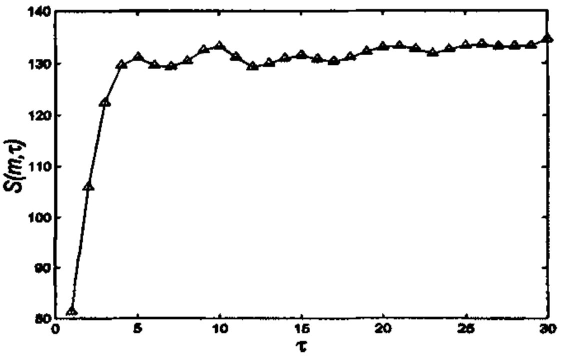


图 5.1: $S(m,\tau)\sim\tau$ 的关系图

5.1.2 嵌入维数 m 的选取

求嵌入维数经典的方法是通过 G-P 算法计算关联维数 (此方法是由 Grassberger 和 Procaccis 首先提出来的), 但是在此法中计算关联积分比较费机时. Cao 提出了一种计算嵌入维数的有效方法 [29]. 对时间序列 $x(i)_{1^n}$ 及相空间矢量

$$X_i(m) = [x(i), x(i+\tau), \ldots, x(i+(m-1)\tau)]$$

其中 $i=1,2,\ldots,n-(m-1)\tau$, m 是嵌入维数, τ 是时间延迟. 定义

$$a(j,m)=\frac{\|X_j(m+1)-X_{n(j,m)}(m+1)\|}{\|X_j(m)-X_{n(j,m)}(m)\|}$$

其中 $j=1,2,\cdots,n-m\tau$, $X_j(m+1)$ 表示在 $m+1$ 维相空间中第 j 个重构空间向量, 例如 $X_j(m+1)=(x(j),x(j+\tau),\cdots,x(j+m\tau))$; $n(j,m)(1\le n(j,m)\le n-m\tau)$ 是整数, $X_{n(j,m)}(m)$ 表示 m 维相空间中距离 $X_j(m)$ 最近的点向量, 这个点向量与相空间的维数 m 和点的位置 j 有关. $a(j,m)$ 的均值为

$$E(m)=\frac{1}{n-m\tau}\sum_{j=1}^{n-m\tau}a(j,m)$$

为了观测 $E(m)$ 从 m 维空间变化到 $m+1$ 空间时, $E(m)$ 随 m 值的变化情况, 我们定义

$$E_1(m)=\frac{E(m+1)}{E(m)}$$

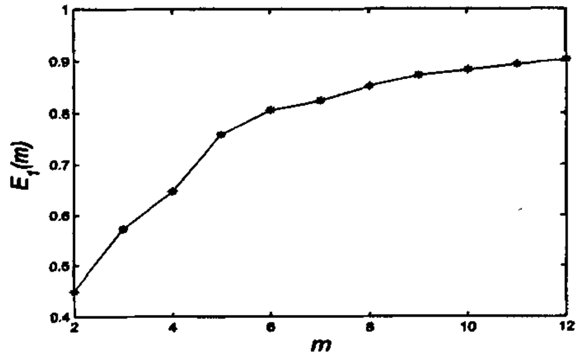


图 5.2: $E_1(m)$ 随 m 的变化曲线图

如果 $E_1(m)$ 自某个 m_0 开始停止变化, 则 m_0+1 即为所寻找的嵌入维数. 我们用于实证分析的交通流时间序列的 $E_1(m)$ 随 m 的变化曲线如图 5.2 所示. 在噪音存在的情况下, 从 $m_0=6$ 开始, $E_1(m)$ 趋于稳定. 因此, 我们取交通流时间序列的相空间重构维数为 $m=7$.

5.2 混沌预测

在重构相空间的基础上, 我们对交通流时间序列进行混沌预测 [30–33]. 用相空间重构方法来预测时间序列有多种方法, 根据拟合相空间中吸引子的方式可分为全域法和局域法两种. 所谓的全域法就是将轨迹中的全部点作为拟合对象, 找出其规律, 由此预测轨迹的走向. 通常是根据给定的数据构造映射, 使得逼近误差最小. 此方法称为全域法, 是因为它考虑了问题的全部, 在近似映射过程中使用

了相空间中所有的点. 局域法是将相空间中的最后一个点作为中心点, 把离中心点最近的若干轨迹点作为相关点, 然后对这些相关点作出拟合, 在估价轨迹下一点的走向, 最后从预测出的轨迹点的坐标中分离出所需要的预测值. 局域法在大多数情况下适用.

我们用相空间重构预测算法, 就是要寻找 "历史上情况最相似之处". 此方法最早被 Lorenz 用于实际, 他通过分析历史数据来预测天气. 这里我们改进相空间重构的局域法, 来预测交通流时间序列. 预测模型为

$$\hat{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_{k_i+1} \exp(-l(d_i - d_{min}))}{\sum_{i=1}^{N} \exp(-l(d_i - d_{min}))}$$

其中 $\hat{X}$ 为预测的空间点轨迹, X_{k_i+1} 为中心点 X_k 邻域中各点的下一时刻的点, N 为中心邻域中点的数目; d_i、d_{min} 分别为邻域中各点到中心点的空间距离和最小距离; l 为一参数, 一般选况下 $l \geq 1$. 从上式中可以看出来, 邻域中各点到中心点的空间距离越小, 则在预测中所占的比例越大.

取交通时间序列的前 4000 个数据作为已知样本, 来预测第 4001 个数据, 预测结果如图 5.3 所示, 实线是真实值, 点线是预测值.

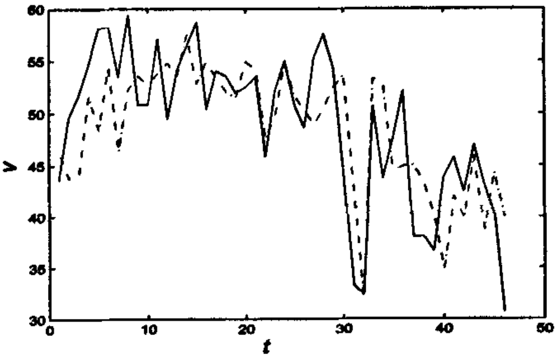


图 5.3: 预测值随时间变化曲线图

从图 5.3 中可以看出, 预测曲线与实际值吻合的较好, 到达了很高的拟合度, 平均相对误差为 9.04%, 达到了交通预测和交通诱导所需要的的预测精确度. 但是从图中可以看出, 在个别点处预测误差比较大, 这主要是因为采用的时间序列数据量少, 对于一些相点, 找到的近邻离该相点距离较大, 造成误差较大. 随着时间序列长度的增加, 相空间中相点的密度会增加, 近邻选择会更加合理, 这有助于提高预测精度.

6 结论

随着非线性科学的快速发展，分形科学的研究与应用也愈来愈备受关注，其原因可归结为以下几点：

(1) 分形现象在自然界的普遍存在性；

(2) 分形的局部随机性，决定了深入研究的复杂性；

(3) 分形与其他学科领域的相互渗透，因此分形的研究成果也会带动相关学科领域的进步.

本文首先实例分析了香港恒生指数的多重分形性质，在此基础上对香港恒生指数分别用多重分形谱的宽度和配分函数曲线的拟合直线的斜率进行分类，更进一步的研究复杂系统的内部结构，为以后的金融时间序列的短时间预测提供了有利的帮助. 针对金融市场时间序列噪音大的现象，本文用消除趋势分析的方法对美国股票指数 - 沃尔玛股票指数去噪分析，得出其具有多重分形特征，然后打乱原始序列，通过分析此打乱序列和原始序列的多重分形特征，得出沃尔玛股票指数的多重分形主要是由概率密度函数产生的，分布多重分形占主导地位，打乱序列的多重分形性弱于原始序列的多重分形性. 这一结果不仅对多重分形在金融理论方面的应用提供帮助，而且对股票市场理论建模、短时预测和管控策略的制定具有重要意义. 本文最后在相空间重构的基础上对交通流时间序列利用改进的模型进行混沌预测，结果达到很好的效果.

有关分形和混沌的研究无论从理论上还是从实际应用上，都有待进一步的发展与提高. 非线性系统的建模与预测一直是非线性科学研究的重要内容，本文在混沌预测中，确定重构相空间的维数和时间延迟至关重要，这两个参数大小的选取直接影响着预测的精确度. 如何更优化的确定这两个参数以及选择怎样的数学模型还有待于进一步的的研究.

参考文献

[1] [英]肯尼思 · 法内科尔. 分形几何 — 数学基础及其应用 [M]. 曾文曲等译. 沈阳：东北大学出版社，2001.

[2] 文志英. 分形几何的数学基础 [M]. 上海：上海科技教育出版社，2000.

[3] 曾文曲，王向阳等. 分形理论与分形的计算机模拟 (修订版)[M]. 沈阳：东北大学出版社，2001.

[4] 孙霞等. 分形原理及其应用 [M]. 合肥：中国科学技术大学出版社，2003.

[5] 汪富泉，李后强. 分形几何和动力系统 [M]. 哈尔滨：黑龙江教育出版社，1993:173.

[6] Lo,Andrew W.,Long-term memory in stock market price.[J],Econometrica,1991(59):1279-1313.

[7] 史永东. 上海证券交易市场的分形结论 [J]. 预测,2000,19(5):78-80,50.

[8] 王明涛. 基于 R/S 法分析中国股票市场的非线性特征 [J]. 预测，2002,21(3):42-45.

[9] Feder J. Fractals[M].New York and London:Plenum press.1988.

[10] Telesca L, Lapenna V, Vallianatos F, et al. Multifractal features in short-term time dynamics of ULF geomagnetic filed measured in Crete[J]. Chaos, Solitons and Fractals. 2004(21): 273-282.

[11] J.W. Kantelhardt, E. Koscielny-Bunde , H.H.A. Rego, et al. Physica 2001(295),441.

[12] K. Hu, P.Ch. Ivanov, Z.Chen, et al. Phys. Rev. E 2001(64).

[13] C.-K. Peng, S.V. Buldyrev, A.L.Goldberger, et al. Physica A 1995 (221)180.

[14] S.V. Buldyrev, N.V. Dokholyan, A.L. Goldberger, et al. Physica A 1998(249), 430.

[15] A. Bunde, S. Havlin, J.W. Kantelhardt, et al. Phys. Rev. Lett. 2000(85), 3736.

[16] P.C. Ivanov, A. Bunde, L.A.N. Amaral, S. Havlin, et al. Europhys. Lett. 1999(48),594.

[17] H.E. Stanley, L.A.N.Amaral, A.L. Goldberger, et al. Physica A 1999(270), 309.

[18] E. Koscielny-Bunde, A. Bunde, S. Havlin, et al. Phys. Rev. Lett. 1998(81), 729.

[19] P Talkner, R.O. Weber, Phys. Rev. E 2000(62), 150.

[20] K.Ivanova, M. Ausloos, Physica A 1999(274), 349.

[21] K. Ivanova, M. Ausloos, E.E. Clothiaux, et al. Europhys. Lett. 2000(52), 40.

[22] M. Ausloos, K. Ivanova, Physica A 2000(286), 353.

[23] P. Cizeau, Y.H. Liu, M. Meyer, et al. Physica A 1997(245), 441.

[24] N. Vandewalle, M. Ausloos, M. Houssa, P.W. Mertens, M.M. Heyns, Appl. Phys. Lett.1999(74), 1579.

[25] Lo,Andrew W.,Long-term memory in stock market price.[J],Econometrica,1991[59],1279-1313

[26] L. Telesca, V. Lapenna, F. Vallianatos, et al. Chaos,Solitions and Fractals[J], 2004(21),273.

[27] 张作生，彭虎，公佩祥. 时间序列分维数提取算法的研究 [J]. 中国科学技术大学学报，1997, 27(2):221-224.

[28] Rosenstein M T,Collons J J,Dd Luca Carlo J.Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay times[J]. Physica D,1994,73:82-98.

[29] Cao Liangyue. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series[J]. Physica D,1997,110:43-50.

[30] 黄润生编著. 混沌及其应用 [M]. 武汉：武汉大学出版社，2000.1249-1251.

[31] 朱石坚，俞翔基. 基于 Lyapunov 指数谱的非线性隔振系统混沌运动参数区域预测 [J]. 海军工程大学学报，2003，15(6):8-12.

[32] LEE P H,CHEN Y,PEI S C. Evidence of the correlation between positive Lyapunov exponent and good chaotic random number sequences[J]. Computer Physics Communications,2004,160:187-203.

[33] KANZ H, SCHREIBER T. Nonlinear time series analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press,1997,22-50.

作者简介

于建玲，女，山东临沂人，出生于 1981 年 1 月 1 日．2000 年 9 月至 2004 年 7 月就读于山东临沂师范学院应用数学专业，获学士学位；2004 年 9 月至 2007 年 4 月就读于北京交通大学理学院应用数学专业攻读硕士学位，导师为商朋见教授．

研究生期间论文情况:

[1] 《股票时间序列的多重分形分析》，待发表于《北京交通大学学报》2006 年第 6 期，第一作者．

[2] 《探测交通时间序列长相关性的多重分形消除趋势分析方法》发表于 2006 年 9 月《科学论文在线》第 1 卷第 2 期，第二作者．

[3] 《股市时间序列的多重分形除趋势涨落分析》，接收，待发表于《北京交通大学学报》，第二作者．

[4] 《Multifractal Structure and Classification of Financial time series》，已投，第一作者．

[5] 《Which Type of Multifractality are Present in the Finanicial Time Series: Distribution Multifractality or Correlation Multifractality》，已投，第一作者．

[6] 《确定金融时间序列的多重分形类型》，已投，第一作者．

[7] 《Nonlinear Analysis of Financial time series》，已投，第三作者．

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作和取得的研究成果，除了文中特别加以标注和致谢之处外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得北京交通大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料．与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意．

学位论文作者签名：于建玲　　签字日期：2006年12月20日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解北京交通大学有关保留、使用学位论文的规定．特授权北京交通大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，并采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编以供查阅和借阅．同意学校向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘．

（保密的学位论文在解密后适用本授权说明）

学位论文作者签名：于建洺　　　　导师签名：高明光

签字日期：2006年12月20日　　　　签字日期：2006年12月20日

万方数据 WANFANG DATA 文献链接

复杂系统的分形、混沌及其若干应用

作者：　　　　　　　　于建玲
学位授予单位：　　　　北京交通大学

本文读者也读过(2条)

1. 袁平平 非线性时间序列理论的若干应用[学位论文]2007
2. 张可 混沌时间序列和分形统计理论及应用[学位论文]2004

本文链接：http://d.g.wanfangdata.com.cn/Thesis_Y1081229.aspx